جامعة تكريت
كلية الإدارة والاقتصاد
المرحلة/الثالثة
قسم/ادارة الاعمال

بحوث العمليات

(الكورس الثاني)

مدرس المادة :

أ.م محمد محمود الحدي

مكتبة الجامعة

مكتبة الجامعة

مكتبة الجامعة – استنساخ – طباعة بحوث – هدايا ساعات – قرطاسية – طلبات خاصة

كل ما يحتاجه الطالب الجامعي ستجده عندنا - العنوان – كلية طب الاسنان – مقابل قسم ادارة الاعمال – بناية مطعم الجامعة الجديد

بإدارة / قحطان صالح البياتـ / هاتف / 07702765377

1445هـ

2024 م

OPERATIONS RESEARCH (OR) بحوث العمليات

للعام الدراسي : 2016 - 2017

اعداد أ.م. محمود احمد

*OPERATIONS RESEARCH	الفصل الاول - بحوث العمليات
1- INTRODUCTION	1- مقدمة
2- MODELING	2- النمذجه
*LINEAR PROGRAMMING	الفصل الثاني - البرمجة الخطية
3- GRAPHICAL METHOD	3-طريقة الرسم البياني
4- SIMPLEX METHOD	4-طريقة السمبلكس
5-DUAL MODEL	5- النموذج الثنائي
6- DUAL SIMPLEX MODEL	6- السمبلكس الثنائي
7-SENSITIVITY ANAIYSIS	7- تحليل الحساسيه
*TRANSPORTAION PROBLEMS	الفصل الثالث - مشاكل النقل
8-TRANSPORTAION MODELS	8- نماذج النقل
9-ASSIGNMENT THEORY	9- نظرية التخصيص
*DECISIONS MODEL	الفصل الرابع - نماذج القرارات
10- DECISION THEORY	10- نظرية القرارات
11-GAME THEORY	11- نظرية المباريات
*NETWORKS	الفصل الخامس- الشبكات
12-NETWORK ANALYSIS	12 - تحليل شبكات الاعمال

المصادر :

عدنان شمخي و ضوية سلمان "مقدمة في بحوث العمليات".
ثناء رشيد صادق "بحوث العمليات ، البرمجة الخطية".
حمدي طه "مقدمة في بحوث العمليات " مترجم .
حامد الشمرتي " مدخل الى بحوث العمليات " .
حسين الجنابي " الاحدث في بحوث العمليات " .
زياد القاضي " مقدمة في بحوث العمليات " .

بحـــــوث العمليـــــات

INTRUDUCTION

1-المقدمه

2016 - 2015

أ.م.د. محمود احمد

اولا - نشاته :

ولد هذا العلم اثناء الحرب العالمية الثانية كنتيجة مباشرة لهجمات الالمان على لندن . فقد كانت هذه الهجمات مؤلمة جدا تصيب اهدافها بدقة . ارتعب الانكليز فدعو لتجميع كل طاقاتهم العلمية و العسكرية و أسسوا ولاول مرة فريق عمل لجميع الاختصاصات و اسموه (فريق بحوث العمليات) . ابلى هذا الفريق في عمله بلاء حسن ، و أستطاع أن يخفف من ضرر هجمات الالمان . و كان له دور فاعلا في نتائج الحرب . و كان ابرز العلماء الفاعلين عالم الرياضيات الذي أصبح المؤسس الرسمي لهذا العلم و هو العالم (George B. Dantzing) . و بعد أن وضعت الحرب أوزارها أنتقلت كل التقنيات التي استخدمت في الحرب الى الصناعة و التجارة والزراعة وكان لها الدور المهم في نمو هذين النشاطين .

ثانيا . تعريف بحوث العمليات :

بالنظر لحداثة هذا العلم فقد تطور تعريفه عدة مرات حتى استقر تقريبا على (تطبيق الطرق العلمية عن طريق مجاميع عمل كفوءه على المشاكل التي تجابه المنظمه لغرض وضع حلول تخدم تلك المنظمة) .

ثالثا . تطبيقاتة :

1- كيفية تخصيص الموارد المحدوده لأنجاز مجموعة مهام بحيث تحقق أعلى كفاءة ممكنه (البرمجه بأنواعها)
2- ايجاد انظمة موازنه بين تكاليف الخزين المختلفه (نظرية الخزين) .
3- معالجة الاختناقات الحاصله نتيجة الطلب العالى على خدمة محدوده (نظرية صفوف النتظار) .
4- معالجة تعاقب الفعاليات في المشاريع الكبيرة (شبكات الاعمال) .
5- المساعده على اتخاذ القرار في اشكالية صيانة المكائن في المعامل (نظرية الاحلال) .
6- المساعده في اتخاذ القرارات عند تعدد البدائل (نظريتي القرارات و المباريات) .
7- تمثيل المشاكل الكبيرة والمعقده على شكل نماذج (محاكاة) مبسطة للتحكم في تحليلها .
8- وهناك تطبيقات اخرى عديده جدا في الزراعة و الصناعة و العلوم العسكرية .

رابعا – السمات الاساسية لبحوث العمليات :

1- وجود مشكله تتطلب اتخاذ القرار . وعناصر هذا القرار هي :

A- وجود هدف أو اهداف نسعى لتحقيقها (رفع كفاءه ، تحقيق ربح ،خفض خسائر...).

B- وجود عدة بدائل منطقية للوصول الى الهدف و يصعب أختيار احداها بسهولة . (لا توجد مشكلة مالم توجد بدائل) .

C- وجود بيئة يتخذ فيها القرار تتفاعل معه و تؤثر عليه .

2- وضع اسس لاتخاذ القرار وذلك حسب الخصائص التاليه :
A- فعالية و دقة القرار .
B- استمراريته لحين حل المشكله.
C- امكانية القرار على التطبيق .
D- له ضوابط محدده و شروط واضحه .
3- تهدف دائما الى رفع كفاءة (النموذج) وذلك عن طريق :
A- الاستغلال الامثل للموارد المتاحه.
B- الاقتصاد في الوقت مع الحفاظ على النوعيه.
C- الاقتصاد في التكاليف .
4- النظره الشامله للمشكله . بمعنى :
A- تحليل كل ماله علاقه بالمشكله .
B- تتبع اثرها مستقبليا .
C- الاهتمام بالاهداف النهائية وليست المرحيلة فقط .
5- استخدام الاساليب العلميه . و خصائص هذه الاساليب هي :
A- اسلوب واضح و محدد ويطور نفسه ذاتيا .
B- موضوعي و تجريدي ويمكن بموجبه ترجيح الاراء حسب صحتها لا حسب وجهة نظر من اعدها .
C- التحقق من كل اسلوب او نظرية قبل تطبيقها .
D- العمل وفق معايير كمية محدده و معروفه .
6- العمل وفق نماذج يمكنها تمثيل النظام المدروس بوضوح ودقه .
7- الاستعانة بشكل مكثف بالحاسوب الالكتروني لحل النماذج عند الحاجه .

خامسا – لماذا بحوث العمليات ؟ (اهميتها و فوائدها) :
1- تعدد المشاكل و تعقيدها وتشابكها في الوقت الحاضر .
2- وجود قيد محدودية الموارد و الامكانات وعدم محدودية الاستخدامات .
3- الاهتمام الواضح بعنصري (الزمن) و (الكلفة) .
4- المنافسات الشديدة بين المنتوجات للوصول الى افضل انتاج او الى جيب الزبون .

سادسا – المراحل الاساسية لدراسة بحوث العمليات
1- تحديد وتعريف المشكلة بشكل واضح ودقيق ، ويتم ذلك من خلال :
A- تحديد الهدف بدقه : زيادة ارباح ، خفض كلفه ، معالجة خلل ، زيادة انتاج .
B – تحديد المتغيرات الاساسيه المؤثره على عملية تحقيق الهدف .
C – بناء القيود التي تتحكم بالمتغيرات وتثبيت شروط تحقيقها .
2- صياغة او بناء النموذج الرياضي الملائم للمشكلة قيد الدرس ، وتسمى هذه العملية (النمذجه) ، وهي عملية تمثيل مكونات المشكله المؤثره والمتاثره على شكل علاقات رياضية واضحة يمكن التعامل معها . وتتضمن تحديد البدائل الممكنه والقيود اللازمه ومعيار تقييم المتغيرات . ونذكر هنا ان أي خطأ في تمثيل المتغيرات يؤدي الى اصدار قرارات خاطئه .
3- ايجاد حل للنموذج الرياضي وايجاد قيم المتغيرات الداخله في بناء النموذج .
4- اختبار النتائج التي حصلنا عليها نتيجة حل النموذج والتأكد من مدى مطابقتها او منطقيتها مع ظروف المشكله والواقع .

5- تطبيق الحل وترجمة النموذج الى اسلوب عمل وتقديمه للجهات المختصه لدراسة تطبيقة .

ولمتابعة التدرج وصولا الى البرمجه الخطيه ، نحتاج توضيح بعض انواع ومواصفات النماذج بشكل عام ، ثم النماذج الرياضيه ، ثم النماذج الرياضية في بحوث العمليات .

سابعا – انواع النماذج :

النموذج : هو شكل من اشكال العلاقات المرتبه التي تمثل (النظام) الحقيقي الذي يتصف بتعدد المتغيرات وتعقيدها وصعوبة السيطرة عليها في حين يمكن حصر متغيرات النموذج وتداولها والسيطرة عليها ، بمعنى :-

النظام الواقعي	←	النمذجه	←	النموذج
مجموعه حقائق متداخلة معقدة و كثيرة و ذات علاقات ومتغيرات شائكه يصعب تداولها		البحث عن صيغه و شكل يعبر عن النظام الواقعي بافضل صيغه ممكنة		متغيرات محددة واضحه مترابطة رياضيا اوفيزيائيا ويمكن التعامل معها بسهولة

وانواع النماذج عموما :

1- النماذج البيانية : الجداول والخرائط والرسومات ذات البعدين
2- النماذج المجسمة : الاشكال المادية بثلاث ابعاد .
3- النماذج الوصفية : الانشاء والوصف والشعر.
4- النماذج الرياضية : رموز ومعادلات ومتباينات رياضية واضحة .

ثامنا – نماذج بحوث العمليات :

1- النماذج الرياضية : تفترض ان جميع متغيرات النظام يمكن التعبير عنها بمتغيرات كمية ذات علاقات رياضية واضحه ومحدده . Mathematical Models
2- نماذج المحاكاة Simulation Models ، اسلوب خيالي لتمثيل الواقع بنموذج تصويري (محاكاة) ، ويستخدم عادة الحاسوب الالي ، ويعتمد على تعقب احداث النظام بشكل زمني دقيق وصولا لأفضل اداء مرغوب .
3- النماذج المنطقية (الاستقرائية) : اعتماد الاسلوب التجريبي باعطاء حل منطقي اولي ومن ثم تحسين الحل حتى يصل حدا لا يمكن معه تحسين الموجود . Heurestic Models

تاسعا – العناصر الاساسية لبناء النموذج الرياضي في بحوث العمليات :

1- متغيرات القرار الرئيسية ومعاملاتها (Decision Variables and Parameters) (DVP)

وهي المتغيرات غير المعروفة والتي نبحث عن قيمتها بعد حل النموذج ، والمعالم هي تلك الثوابت التي تشكل معاملات المتغيرات المجهولة ، وقد تكون ثابتة محددة او على شكل احتمالات .

2- دالة الهدف Objective Function (OF)

هي المعادلة الرياضية التي تحدد العلاقة بين المتغيرات الرئيسية (متغيرات القرار) لتعطي افضل النتائج التي تقيس فاعلية النموذج تعظيما (Maximization) او تصغيرا (Minimization)

3 – القيود والشروط Constraions and Restrictions : هي مجموعة العلاقات الرياضية التي تعكس العلاقة بين المتغيرات الاساسية ، وتكون على شكل معادلات (=) او متباينات (< >)، ولها جانب ايمن كمي واضح ، ومن الشروط الضرورية ان تكون قيم جميع المتغيرات موجبة او صفر ويسمى هذا(شرط اللاسلبية) . Non Zero Condation

عاشرا – لماذا نبني النموذج الرياضي:

1- لتحليل سلوك النظام وتحسين اداءه .
2- لتحديد الشكل الامثل للنظام .
3- لمعرفة مستقبل النظام اذا ما تغيرت بعض عناصره (يسمى تحليل الحساسية) .
4- لبحث (باقل الكلف) عن اقل كلفة ممكنة بدل اعتماد التجربة .
5- لتسهيل عملية تحليل النتائج وحساب مدى تاثير قرارات التغير عليه .

احدعشر – خطوات بناء النموذج (النمذجة):

1- تحديد متغيرات القرار في النظام (x_j): حيث (j من 1ال (n) عدد المتغيرات الاساسية)
2- تحديد نوع الهدف تعظيم ام تصغير .
3- وضع الافتراضات المحتملة وتحديد المعالم والثوابت والجانب الايمن والعلاقة بين المتغيرات كمعادلات او متباينات .
4- تحديد الاوزان والمعاملات والثوابت في القيود .
5- صياغة النموذج رياضيا وتحديد كامل مكوناته ، دالة الهدف والقيود وشرط اللاسلبية .

البرمجةالخطية Linear Programming (LP)

البرمجة هي التخطيط الدقيق الواضح لما ننوي عمله مستقبلا .والخطية تعني ان تكون العلاقات الرياضية بين المتغيرات والتي تمثل النموذج الرياضي هي علاقة خطية متجانسة من الدرجه الاولى ، بمعنى ان أي زيادة في احد الاطراف تؤثر بنفس النسبة في زيادة الطرف الاخر.
والبرمجة الخطية هي احد اهم وسائل بحوث العمليات في تحليل مختلف المشاكل ، ولفاعليتها في التحليل فقد اخذت شهرة واسعة في المجالات الصناعية والتجارية والاقتصادية . تعتمد اساسا على النموذج الرياضي الذي يربط العلاقات بين المتغيرات في النظام ، والتي تفترض ان تكون علاقة خطية لجميع القيود ولدالة الهدف ومن الدرجة الاولى ،ويمكن تمثيلها برسم بياني اذا كانت ذات متغيرين اثنين فقط .

a– مستلزمات تطبيق البرمجة الخطية

1- ان يكون لدينا هدف واضح محدد ودقيق (ارباح ، خسائر)
2- ان تكون الموارد المستخدمة محددة (رأسمال ، ساعات عمل ، مواد اولية)
3- ان يوجد اكثر من بديل لتحقيق الهدف ويصعب المقارنة بينها .
4- ان يمكن التعبير عن المشكلة بنموذج رياضي واضح .
5- ان تكون العلاقة بين المتغيرات علاقة خطية من الدرجة الاولى .

b– الصيغ الرئيسية للنموذج الرياضي في البرمجة الخطية

توجد عموما ثلاثة انواع من صيغ النماذج :

1- الصيغة العامة General Form
2- الصيغة القانونية Canonical Form
3- الصيغة القياسية Standard Form

اولا – الصيغة العامة
وصفاتها حسب مكونات النموذج

1- دالة الهدف(OF) : تكون تعظيما(Max) او تصغيرا(Min)
2- القيود : تكون اكبر من او يساوي(≥)- او اصغر من او يساوي(≤)- او يساوي(=)
3- الجانب الايمن (rhs) : سالبا او موجب
4- المتغيرات (variables):تكون جميعها موجبة وقد يكون احدها غير معرف بأشاره (un sign variable-usv).

والشكل العام لهذه الصيغة يكتب كما يلي :

$$Max \text{ or } Min\ (x_0) = f(x_j) \qquad j = 1,2,3,4.....n$$

Subject to :

$$G(x_j)\ (\leq, =, \geq)\ b_i \qquad i = 1,2,3,4.....m$$
$$x_j \geq 0$$

حيث

subject to : على شرط ان يرمز لها (s.to;)
Max : اكبر قيمة ممكنة (مثلى) لx0
Min : اصغر قيمة مثلى ل x_0
x_0 : قيمة دالة الهدف
x_j : متغيرات القرار
j : رقم المتغير وعددها يصل الى n
n : عدد المتغيرات المستخدمة في النموذج
$f(x_j)$: دالة هدف مجموعة من المتغيرات

$$f(xj) = \sum c_j x_j$$

c_j : معاملات المتغيرات في دالة الهدف (ارباح او خسارة)
$G(x_i)$: مجموعة المعادلات (الجانب الايسر) التي تشكل القيود
m : عدد القيود
b_i : الجانب الايمن للقيد i
i : رقم القيود والتي عددها هو (m)

ويمكن كتابة النموذج بالشكل التوضيحي التالي

$$Max \text{ or } Min\ (x_0) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + \ldots\ldots\ldots + c_nx_n$$

s.to :

$$a11x_1 + a12x_2 + a13x_3 + \ldots\ldots\ldots + a1nx_n \leq b1$$
$$a21x_1 + a22x_2 + a23x_3 + \ldots\ldots\ldots + a2nx_n <=> b2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$am1x_1 + am2x_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots amnx_n <=> bm$$
$$x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_n > 0$$

حيث

a_{ij} معاملات المتغيرات في القيود

مثال (الصيغة العامة)

$$\text{Max}(x0) = 3x_1 + 4x_2$$

s.to :

$$5x_1 - 2x_2 \leq 3$$
$$2x_1 + 4x_2 \geq 6$$
$$x_1 + x_2 = 2$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$

ثانيا : الصيغة القانونية:

وصفاتها:

دالة الهدف : يجب ان تكون دائما تعظيم Max

القيود : جميع القيود يجب ان تكون (اصغر من او يساوي)

الجانب الايمن: يكون موجب او سالب

المتغيرات : تكون موجبة

والشكل العام المختصر لها هو

$$\text{Max } (x0) = \sum c_j x_j$$

s. to :

$$\sum a_{ij} x_j \leq b_i$$
$$i=1,2,3.....m$$
$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,3.....n$$

ثالثا : الصيغة القياسية:

وصفاتها:

دالة الهدف : تعظيم او تصغير

القيود : جميع القيود مساوات (=)

الجانب الايمن : موجب او سالب

المتغيرات : جميع المتغيرات موجبة

والشكل العام المختصر

$$\text{Max or Min } (x_0) = \sum c_j x_j$$

s. to

$$\sum a_{ij} x_j = b_i \qquad i = 1,2,3.....m$$
$$x_j \geq 0 \qquad j=1,2,3.....n$$

رابعا: التحويل من الصيغة العامة الى الصيغة القانونية:

1- اذا كانت دالة الهدف (Min) تتحول الى (Max) بضرب الطرفين (-1)

2- اذا كان تباين القيد(اكبر من او يساوي ≥) يتحول الى (اصغر من اويساوي) بضرب الطرفين ب (-1)

3- اذا كان القيد (=) يتحول الى قيدين احدهما (أصغر من او يساوي) والثاني (اكبرمن اويساوي) ثم نضرب الثاني بسالب (1)ليتحول ال (اصغر من او يساوي).

4-اذا كان احد الحدود او اكثر من حد محكومة بالاطلاق فنحول القيد الى قيدين ايضا الاول نفس القيد بنفس التباين والاشارات مع رفع الاطلاق ،والثاني نغير اشارات الحدود الواقعة داخل الاطلاق فقط مع بقاء اشارات الحدود الاخرى وتباين القيد دون تغير.

5- اذا كان احد المتغيرات غير معروف الاشاره (unkown sign variable (usv)) نحول هذا المتغير الى فرق بين متغيرين موجبين نرمز لهما بوضع علامة فتحة واحدة بنفس رمز المتغير للمتغير الاول(x ') ووضع فتحتين على المتغير الاصلي للمتغير الثاني(x'') : ثم نعوض عن ذلك المتغير الاصلي بالفرق بين المتغيرين الجديدين اينما وجد في النموذج .

مثال عام : حول النموذج التالي الى الصيغة القانونية

$$\text{Min}(x0) = 2x1 + 3x2 - x3$$

s. to :

$$-x1 + 2x2 - 4x3 \geq -5$$
$$2x1 - |3x2 - 5x3| \leq 13$$
$$9x1 + 4x2 - |2x3| = 15$$
$$x_1 , x_3 \geq 0$$
$$x2 : u\ sv$$

1- دالة الهدف: نحول من تصغير الى تعظيم بالضرب (-1) فتصبح بعد تغير الاشارات

$$\text{Max}(x0) = -2x1 - 3x2 + x3$$

2- القيد الاول : نحول الى (اصغر من) بدل (اكبرمن) بضرب الطرفين ب (-1) لذلك تصبح جميع الاشارات متغيرة

$$x1 - 2x2 + 4x3 \leq 5$$

3- القيد الثاني: نرفع الاطلاق فيتحول الى قيدين، الاول رفع الاطلاق دون تغيير أي اشاره والثاني رفع الاطلاق مع تغيير اشارة الحدود داخل الاطلاق فقط، فتصبح:

$$2x1 - 3x2 - 5x3 \leq 13$$
$$2x1 + 3x2 + 5x3 \leq 13$$

4- القيد الثالث للتخلص من الاطلاق يتحول الى قيدين الاول بنفس الاشارات مع رفع الاطلاق والثاني بتغير اشارة الحد داخل الاطلاق

$$9x1 + 4x2 - 2x3 = 15$$
$$9x1 + 4x2 + 2x3 = 15$$

ثم نحول كل من هذه القيدين الى قيدين اخرين ايضا للتخلص من المساوات(=) احدهما (اكبرمن) والاخر (اصغرمن) دون تغيير الاشارات فيصبح لدينا اربعة قيود اثنان منهما اصغرمن واثنان اكبرمن وكما يلي :

$$9x1 + 4x2 - 2x3 \leq 15$$
$$9x1 + 4x2 - 2x3 \geq 15$$
$$9x1 + 4x2 + 2x3 \leq 15$$
$$9x1 + 4x2 + 2x3 \geq 15$$

ثم نحول القيود (الاكبر من) الى (اصغر من)بضرب طرفيها ب (-1) فيصبح اربعة قيود بدل القيد الاصلي

$$9x1 + 4x2 - 2x3 \leq 15$$
$$-9x1 - 4x2 + 2x3 \leq -15$$
$$9x1 + 4x2 + 2x3 \leq 15$$
$$-9x1 - 4x2 - 2x3 \leq -15$$

والخطوة الاخيرة نجمع النموذج ونعوض عن المتغير x2 بالفرق بين متغيرين هما

$$x2 = (x2' - x2'')$$

ليصبح لدينا الشكل النهائي للنموذج باربعة متغيرات وسبعة قيود

$$Max(x0) = -2x1 - 3(x2' - x2'') + x3$$

S . to :

$$X1 - 2(x2' - x2'') + 4x3 \leq 5$$
$$2x1 - 3(x2' - x2'') - 5x3 \leq 13$$
$$2x1 - 3(x2' - x2'') + 5x3 \leq 13$$
$$9x1 + 4(x2' - x2'') - 2x3 \leq 15$$
$$9x1 + 4(x2' - x2'') + 2x3 \leq 15$$
$$-9x1 - 4(x2' - x2'') + 2x3 \leq -15$$
$$-9x1 - 4(x2' - x2'') - 2x3 \leq -15$$
$$X1, x3, x2', x2'' \geq 0$$

خامسا : تحويل من الصيغة العامة الى القياسية:

1- تبقى دالة الهدف ايا كانت كما هي
2- اذا كان تباين القيد (اصغر من او يساوي) نضيف الى الجانب الايسر متغير وهمي (slack) نرمز له بالرمز Si حيث i ياخذ رقم القيد
3- اذا كان التباين (اكبر من او يساوي) نطرح متغير وهمي (si) ونضيف متغير اصطناعي (Ri)
4- اذا كان القيد يساوي (=) نضيف فقط متغير اصطناعي (Ri)

وفي جميع الحالات نراعي ترتيب المتغيرات في دالة الهدف و القيود بحيث يكون لكل متغير عمود خاص به عند ترتيب النموذج.

مثال : حول النموذج التالي الي الصيغة القياسية .

$$Min\ (x0) = 2x1 - 3x2 + 5x3$$

s. to :

$$4x1 - 5x2 + 9x3 \leq 8$$
$$3x1 + 2x2 - 4x3 \geq 7$$
$$2x1 - 3x2 - 4x3 = 6$$
$$x1, x2, x3 \geq 0$$

الحل

$$Min(x0) = 2x1 - 3x2 + 5x3$$

s. to :

$$4x1 - 5x2 + 9x3 + s1 = 8$$
$$3x1 + 2x2 - 4x3 - s2 + R2 = 7$$
$$2x1 - 3x2 - 4x3 + R3 = 6$$
$$x1, x2, x3, s1, s2, R2, R3 \geq 0$$

ويكتب عادة بالصيغة اعلاه أي تكتب المتغيرات المتشابهه عموديا في القيود .

سادسا: انواع الحلول : توجد ثلاثة حلول للنموذج هي :

1- الحل المقبول : ايجاد قيمة المتغيرات التي تحقق كافة القيود في النموذج وليس ضروريا ان يكون حل امثل (Fessible Solution (FS))

2- الحل الاساسي المقبول : هو الحل المقبول وتكون فيه عدد المتغيرات الاساسية لا يتجاوز عدد القيود (Basic Fessible Solution (BFS)).

3- الحل الاساسي المقبول غير المفكك : هو حل اساسي مقبول وفيه عدد المتغيرات الاساسية يساوي بالضبط عدد القيود.

4-الحل الامثل : هو الحل المقبول والذي يعطي لدالة الهدف افضل نهاية لها تعظيما ام تصغيرا . (Optimal Solution) وهذا ما نبحث عنه عند حل النموذج .

تمارين

1- اشرح مراحل دراسة بحوث العمليات؟
2- اشرح انواع صيغ النموذج الرياضي في بحوث العمليات؟
3- حول النموذج الرياضي من الصيغة العامة الى الصيغة القانونية اولا ثم الى الصيغة القياسية ثانيا؟

بحوث العمليات
2- النمذجة

MODELING
أ.م. محمود احمد
2016 - 2015

امثلة محلولة عن النمذجة

مثال 1

شركة بابل لانتاج المعدات الصناعية ،تنتج نوعين (A , B) ، تحقق من كل منهما عند بيعه ربحا مقداره 8دولار عن كل وحده من A و 12 دولار عن كل وحده تبيعها من B ، تحتاج الشركة 20 ساعة عمل لانتاج وحدة من (A) و لا يمكنها انتاج اكثر من (40) وحدة منها ، وتحتاج (30) ساعة لانتاج وحدة من (B) ولن تنتج اكثر من (50) وحدة منها ، ولديها (1200) ساعة عمل فقط ، كون لها نموذج رياضي مناسب ليحقق لها افضل النتائج

الحل

اولا : المتغيرات المجهولة هي عدد الوحدات التي يجب على الشركة انتاجها من (A) ونفرضها (x1)

و عدد ما ينتج من (B) ونفرض انه (x2) وان حجم الارباح (x0)

من الافضل تحليل المسالة كما يلي :

المنتوجات	ساعات العمل	الارباح	الكميات	حجم الانتاج
A	20	8	لاتزيد عن 40	X1
B	30	12	لاتزيد عن 50	X2
المتاح	1200 ساعه			

ثانيا : واضح ان الشركة تهدف الى رفع ارباحها لذلك فان دالة الهدف هي Max(x0) وحسب ماتربحة الشركة في كل وحده تبيعها فان دالة الهدف تكون عدد ما ينتج من (A) مضروبا في ربح الوحدة الواحدة مضاف اليه عدد ما ينتج من (B) مضروبا بمقدار ما تربحه عن كل وحدة منها ، اي :-

$$Max(x0) = 8x1 + 12x2$$

S.to

ثالثا : نكون القيود وهي

قيد ساعات العمل (لديها 1200 ساعة) عدد ما ينتج من (A) مضروبا في عدد الساعات المطلوبة لانتاج الوحدة الواحدة مضافا له عدد ما ينتج من (B) مضروبا بعدد الساعات المطلوبة لانتاج وحدة واحدة منها وهذا يجب ان لايتجاوز مامتاح من ساعات العمل (1200 ساعه)

$$20x1 + 30x2 \leq 1200$$

قيد الكمية المطلوبة من A (لايمكن انتاج اكثر من 40 وحدة)

$$x1 \leq 40$$

قيد الكمية المطلوبة من B (لايمكن انتاج اكثر من50 وحدة)

$$x2 \leq 50$$

ولدينا شرط اللاسلبية وهو

$$X1 , x2 \geq 0$$

(ولا يمكن ان يكون حجم الانتاج سالبا لاي من النوعين ، الكميات يجب ان يكون اكبرمن او تساوي صفر)

مثال 2

ينتج احد المصانع ثلاثة منتجات (A ، B ، C) ويستخدم نوعين من المواد الاولية (R ، F) ولديه مخزون منها (2000) و (3000) وحدة ، ويحتاج الكميات التالية لانتاج كل وحدة واحدة من كل منتوج :-

المنتوج A يحتاج 2 وحدة من F و 4 وحدة من R ويحتاج وقت عمل ضعف ما يحتاج B وثلاثة اضعاف ما يحتاج C ولديه 700 ساعة عمل ويحتاج ان ينتج مالايقل عن 200 وحدة ويحقق ربحا مقداره 30 S عن كل وحدة يبيعها .

المنتوج B يحتاج 3 وحدة من F و 2 وحدة من R ويحتاج ان ينتج 200 وحده على الاقل ويحقق ربحا قدره 20 S عن كل وحدة

المنتوج C يحتاج 5 وحدات من F و 7 وحدات من R والحد الادنى المطلوب انتاجه هو 150 وحدة ويحقق عن كل وحدة ربحا قدره 50 S .

المطلوب : تكوين نموذج رياضي مناسب لتشغيل هذا المصنع

الحل

نفرض ان x1 عدد الوحدات التي يمكن انتاجها من المنتوج (A)

x2 عدد الوحدات المنتجة من المنتوج (B)

x3 عدد الوحدات من المنتوج (C)

x0 مقدار الربح المتوقع

ولغرض تحليل المشكلة بشكل اكثر وضوح نعيد صياغتها على شكل جدول كما يلي :

	كمية المواد الاولية المستخدمة		ساعات العمل المستخدمة	الارباح	الكمية المطلوبة	حجم المنتوج
المنتجات	R	F	6			
A	4	2	3	30	لايقل عن 200	X1
B	2	3	2	20	لايقل عن 200	X2
C	7	5		50	لا يقل عن 150	X3
الكميات المتاحة	3000	2000	700			

ولذلك يمكن بناء النموذج كما يلي :-

ان دالة الهدف هي تعظيما لارباح المصنع Max وانها تساوي مجموع مايربحه المصنع من كل منتوج مضروبا في كمية ما ينتجه من كل منتوج . اي :

$$Max(x0) = 30x1 + 20x2 + 50x3$$

(عدد ماينتج منها) (ربح الوحده الواحده منA) +(عدد ماينتج منها) (ربح الوحده الواحده منB) =
(عدد ما ينتج منها)(ربح الوحده الواحده من C)

ونبني القيود وبنفس الطريقة:

قيد المادة F : اي مايتوفر لدى المصنع مخزون من المادة F

اي ان مجموع ما نحتاجه لانتاج وحدة واحدة من كل منتوج مضروبا في عدد ما ينتج من ذلك المنتوج . يجب ان لايزيد عما يتوفر من مخزون من تلك المادة (F)وهو(2000)وحدة :

$$2x1 + 3x2 + 5x3 \leq 2000$$

$$4x1 + 2x2 + 7x3 \leq 3000$$

وبنفس الطريقة للمادة الثانية R

اما قيد الوقت فان ما يتيسر من معلومات هو صيغة نسبية عليه و لغرض تكوين القيد يكون حاجة المادة الاولى A هو (6) ساعه و المادة الثانية Bهو (3) و المادة الثالثة C هو ساعتين ، بحيث يكون ما تحتاج A هو ضعف ما يحتاج Bوثلاث اضعاف ما يحتاج C و الحد الاعلى هو 700 ساعه

$$6x1 + 3x2 + 2x3 \leq 700$$

و لدينا قيود الحد الاعلى المسموح به ، حيث
x1 , x2 لا تزيد عن 200 و x3 لاتزيد عن 150
وان دالة الهدف تعظيم الارباح لذلك يكون النموذج كما يلي

$$\text{Max } (x0) = 30x1 + 20x2 + 50x3$$

s.to:

قيد المادة F	$2x1 + 3x2 + 5x3 \leq 2000$
قيد المادة R	$4x1 + 2x2 + 7x3 \leq 3000$
قيد العمل	$6x1 + 3x2 + 2x3 \leq 700$
قيد حدود الانتاج	$x1 \geq 200$
	$x2 \geq 200$
	$x3 \geq 150$
وشرط اللاسلبية	$x1 , x2 , x3 \geq 0$

مثال 3
تنوي احدى شركات الاستيراد ان تستورد ثلاث انواع من السلع ولديها البيانات التالية

المبلغ المخصص لكل فقره	انواع السلع C	B	A	نوع النفقات
مساوية 40000	1	2	2	تسويقية بالالاف
لا تقل عن 30000	2	1	2	اداريه
لا تزيد عن100000	2	2	4	متنوعة
سعر الشراء	6	4	5	

كون نموذج رياضي لتقليل كلفة الشركة

الحل
المتغيرات المجهولة هي x1 عدد الوحدات المطلوب استيرادها من السلعة A
x2 عدد وحدات السلعة B
x3 عدد وحدات السلعة C
x0 الكلفة الكلية
دالة الهدف هي تصغير الكلفة الكلية

$$\text{Min}(x0) = 5x1 + 4x2 + 6x3$$

s.to:

قيد نفقات التسويق	$2x1 + 2x2 + x3 = 40000$
قيد الادارية	$2x1 + x2 + 2x3 \geq 30000$
قيد المتنوعة	$4x1 + 2x2 + 2x3 \leq 10000$
وشرط اللاسلبية	$x1 , x2 , x3 \geq 0$

مثال 4

يرغب مكتب بريد عمار ان يشغل 10 عمال في مكتبه وفق الضوابط التالية:-
يجب تشغيل من كلا الجنسين على ان لا يقل عدد الرجال عن اثنان ، اجرة العامل 25 $ يوميا ويفرز 300 رساله يوميا و80 طردا ، واجرة العاملة 20 $ وتفرز 400 رسالة و50 طرد يوميا ، ويعلم المكتب ان رسائلة اليومية لا تقل عن 3400 رسالة ولا تزيد الطرود عن 680 طرد .كون لعمار النموذج الرياضي المناسب؟

الحل
المتغيرات المجهولة هي x1 عدد العمال اللذين سيشغلهم في مكتبة
x2 عدد العاملات
x0 الكلفة التي سيدفعها عمار
من المناسب تحليل المشكلة كما يلي

	عدد العمال	الاجرة اليومية	عدد الرسائل التي يمكن فرزها	عدد الطرد	العدد	
x1	الرجال	25	300	80	لايقل عن2	
x2	النساء	20	400	50	لايقل عن1	يجب عليه تشغيل عنصر واحد على الاقل

حجم العمل لايقل عن 3400 رساله لاتزيد عن 680 طرد العدد الكلي للعمال =10
لذلك يمكن بناء النموذج كما يلي :-

دالة الهدف تصغير الكلفة $Min(x0) = 25x1 + 20x2$

s.to:

قيد عدد العمال والعاملات الكلي $x1 + x2 = 10$
قيد فرز الرسائل $300x1 + 400x2 \geq 3400$
قيد فرز الطرود $80x1 + 50x2 \leq 680$
قيد عدد الرجال $x1 \geq 2$
قيد عدد النساء $x2 \geq 1$
شرط اللاسلبية $x1 , x2 \geq 0$

مثال 5
معمل نجارة لدية 60 ساعة عمل اسبوعيا و 120 متر مكعب من الخشب وماكنتان a و b
يرغب تصنيع مناضد وكراسي ولديه البيانات التالية

	كمية الخشب للقطعة	الربح المتوقع $	ساعة الماكنة b	ساعة الماكنة a	المنتوج
x1	7	5	2	3	منضـــــد
x2	8	6	4	1	كرسي
	120		60	60	المتوفر

كون له نموذج لتحقيق افضل الارباح؟

الحل

المتغيرات x1 عدد المناضد المفروض انتاجها

x2 عدد الكراسي

x0 الربح المتوقع

دالة الهدف تعظيم الارباح

$$Max(x0) = 5x1 + 6x2$$

s.to:

$$7x1 + 8x2 \leq 120$$

قيد حجم الاخشاب

$$3x1 + x2 \leq 60$$

قيد ساعات عمل الماكنة a

$$2x1 + 4x2 \leq 60$$

قيد ساعات عمل الماكنة b

$$x1 , x2 \geq 0$$

شرط اللاسلبية

مثال 6

معمل انتاج اصباغ داخلية و خارجية و يحتاج الى مادتين اولية A , B ولديه 6 طن من A و 8 طن من B . ويحتاج الطن الواحد من الصبغ الداخلي الى نسبة 2 من A الى1 من B و عكس ذلك للصبغ الخارجي، ويعلم ان اعلى طلب متوقع على الصبغ الداخلي يزيد واحد طن يوميا عن الطلب على الخارجي والطلب على الطلاء الخارجي 2 طن حد اقصى . وارباحه من الطن الواحد داخلي 2000 S ومن الطن الواحد خارجي 3000 S . كون له النموذج الرياضي المناسب ؟

الحل :

الهدف : هو تعظيم الارباح . ونفرض ان ارباحه x0 .

المتغيرات : هي كميه المنتوج من الصبغ الداخلي ، نفرضها x1 .

هي كمية المنتوج من الصبغ الخارجي نفرضها x2

القيود :

كمية المواد الاوليه A = 6 طن

كمية المواد الاولية B = 8 طن

اعلى طلب متوقع على الصبغ الداخلي = 1 طن

اعلى طلب متوقع على الصبغ الخارجي = 2 طن

يمكن تحليل المشكلة بالجدول التالي :-

	المواد الاولية(1طن)		الارباح المتوقعه	حجم الطلب اليومي
نوع الاصباغ	A	B		
داخلي	2	1	2000	اكثر بواحد طن عن الصبغ الخارج
خارجي	1	2	3000	اقل بواحد طن عن الصبغ الداخلي
الكميات المتاحه	6	8	الطلب على الداخلي يزيد بواحد طن عن الطلب الخارجي ب	

لذلك يكون النموذج كما يلي:-

دالة الهدف :

$$Max(x0)=2000x1+3000x2$$

s.to:

القيود:

المادة A:

$$2x1 + x2 \leq 6$$

المادة B:

$$x1 + 2x2 \leq 8$$

الطلب على الطلاء الداخلي

$$-x1 + x2 \leq 1$$

طلب B على الخارجي

$$x2 \leq 2$$

شرط اللاسلبية

$$x1 , x2 \geq 0$$

3 - الرسم البياني GRAPHICAL METHOD

أ.م. محمود احمد

2016 - 2015

حل النموذج الرياضي بطريقة الرسم البياني

1. مواصفات هذه الطريقة

أ. لا يمكن أستخدامها ألا للنموذج الذي تكون عدد متغيراته الاساسية أثنان فقط .

ب .لا تكون نتائج حل النموذج بهذه الطريقة دقيقة جدا لاعتمادها على الرسم .

ج . ضرورية جدا لفهم الطريقة التالية – طريقة السمبلكس .

2. تعتمد هذه الطريقة على تمثيل القيود بموجب خطوط مستقيمة على ورق بياني و أيجاد منطقة حل ممكنة من خلال تقاطع تلك الخطوط و التي تحقق جميع القيود و شرط اللاسلبيه . و أفضل طريقة لفهمها هو حل اكبر عدد من الامثله لها .

مثال 1 :

حل النموذج الرياضي التالي بطريقة الرسم البياني ؟

$$\text{Max } (x_0) = 10\ x_1 + 12\ x_2$$

$$\text{s.t0} \quad 6\ x_1 + 2\ x_2 \leq 36 \ldots\ldots (1)$$

$$3\ x_1 + 4\ x_2 \leq 36 \ldots\ldots (2)$$

$$x_1 , x_2 \geq 0$$

خطوات الحل : (للتوضيح)

1. نمنح القيود ارقاما حسب تسلسلها القيد ألاول (1) و القيد الثاني (2) وهكذا لغرض الاشارة لها عند الرسم .
2. لكل قيد نجد احداثيات النقاط التي تمثله على الورق البياني و ذلك بأفتراض ان قيمة المتغير (x1) هي صفر لنجد (x2) ثم افتراض قيمة المتغير الثاني صفر لنجد (x1) كما يلي . و نتجاهل العلاقة البيانية هنا .

القيد الاول :

			x1 x2
$6 x_1 + 2 x_2 \leq 36$	if $x_1 = 0$	$x_2 = 36 \div 2 = 18$	(0 , 18)
	if $x_2 = 0$	$x_1 = 36 \div 6 = 6$	(6 , 0)

القيد الثاني :

$3 x_1 + 4 x_2 \leq 36$	if $x_1 = 0$	$x_2 = 9$	(0 , 9)
	if $x_2 = 0$	$x_1 = 12$	(12 , 0)

3. لرسم هذه النقاط على الورق البياني . نرسم الاحداثيات ، السيني و الصادي، و نقسم الاحداثيات حسب مدى المتغيرين اللذان حصلنا عليهما . أعلى رقم في مثالنا هو 18 . و نحدد النقاط التي حصلنا عليها . و نصل بينهما بمستقيم لكل قيد .
4. نمنح ارقام القيود لكل مستقيم رسمناه . (1) للقيد الاول و (2) للقيد الثاني وهكذا .
5. نظلل جوانب المستقيمات المرسومة و الاحداثيات حسب علامة تباين القيود . اذا كانت علاقة القيد (≤) اصغر من أو تساوي،نظلل الجانب القريب من نقطة المركز (0 ، 0) ، وهي نقطة تقاطع الاحداثي (x1) مع الاحداثي (x2) و اذا كانت علامة القيد أكبر من